

Všechna svá tvrzení matematicky zdůvodněte!

1. Nechť funkce $f(x, y)$ definovaná na okolí bodu $(1, 1)$ má v tomto bodě spojité parciální derivace. Nechť $g(x, y) = f(f(x, y), f(y, x))$. Určete totální diferenciál zobrazení g v bodě $(1, 1)$, pokud víte, že $f(1, 1) = 1$ a že $\partial_x f(1, 1) = 1$ a $\partial_y f(1, 1) = 2$.
2. Ukažte, že lze množinu $\{(x, y, z) \mid x \sin z + y \cos z = e^z\}$ popsat na okolí bodu $(2, 1, 0)$ jako graf nějaké funkce f , kde $f(2, 1) = 0$. Napište rovnici tečny ke grafu f v bodě $(2, 1)$.
3. Dokažte, že existují funkce $u(x, y)$ a $v(x, y)$, pro které platí $u(1, 2) = 0$ a $v(1, 2) = 0$, které na nějakém okolí bodu $(1, 2)$ splňují rovnice $xe^{u+v} + 2uv = 1$ a $ye^{u-v} - \frac{u}{1+v} = 2x$. Dále dokažte, že existují jejich diferenciály $Du(1, 2)$ a $Dv(1, 2)$ a vypočtěte je.